**Программные вопросы для промежуточной аттестации**

**за курс Математика 11 класса**

Программные вопросы составлены на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

Рекомендуемый учебник

Математика: алгебра и начала математического анализа 10-11 кл: учеб.для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни/Ш.А.Алимов - М.: Просвещение, 2019

Геометрия. 10-11 классы: учеб.для общеобразоват.учреждений: базовый и профил.уровни/Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов - М.:Просвещение, 2016

|  |  |
| --- | --- |
| **Раздел** | **Программные вопросы** |
| **Производная и её геометрический смысл** | Определение производной. Производная степенной функции. Правила дифференцирования. Производные некоторых элементарных функций. Геометрический смысл производной. |
| **Применение производной к исследованию функции.** | Возрастание и убывание функции. Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Производная второго порядка, выпуклость и точки перегиба. Построение графиков функций. |
| **Интеграл.** | Первообразная. Правила нахождения первообразных. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона–Лейбница. Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции. Примеры применения интеграла в физике и геометрии |
| **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей** | Правило произведения. Перестановки. Размещения. Сочетания и их свойства. Бином Ньютона. События. Комбинации событий. Противоположное событие. Вероятность события. Сложение вероятностей. Независимые события. Умножение вероятностей. Статистическая вероятность. Случайные величины. Центральные тенденции. Меры разброса. |
| **Векторы в пространстве.** | Понятие вектора в пространстве. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение и вычитание векторов. Коллинеарные векторы. Умножение вектора на число. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам Компланарные векторы. Разложение вектора по трем некомпланарным векторам. |
| **Метод координат в пространстве.** | Прямоугольная система координат в пространстве. Расстояние между точками в пространстве. Векторы в пространстве. Длина вектора. Равенство векторов. Сложение векторов. Умножение вектора на число. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. |
| **Цилиндр, конус, шар.** | Основные элементы сферы и шара. Взаимное расположение сферы и плоскости. Многогранники, вписанные в сферу. Многогранники, описанные около сферы. Цилиндр и конус. Фигуры вращения. |
| **Объем и площадь поверхности.** | Понятие объема и его свойства. Объем цилиндра, прямоугольного параллелепипеда и призмы. Принцип Кавальери. Объем пирамиды. Объем конуса и усеченного конуса. Объем шара и его частей. Площадь поверхности многогранника, цилиндра, конуса, усеченного конуса. Площадь поверхности шара и его частей. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Раздел** | **Выпускник научится** | **Выпускник получит возможность научиться** |
| **Числа и выражения** | 1.Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени n, действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел.  2.Сравнивать действительные числа разными способами;  упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше 2.  3.Выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней.  4.Выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений. | 1.Свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений. |
| **Уравнения и неравенства** | 1.Свободно оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильные уравнения и неравенства, уравнение, являющееся следствием другого уравнения, уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.  2.Решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения 3-й и 4-й степеней, дробно-рациональные и иррациональные.  3.Овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач.  4.Понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать.  5.Владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор.  6.Использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения.  7.Владеть разными методами доказательства неравенств;  8.Свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений. | 1.Свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем.  2.Свободно решать системы линейных уравнений. |
| **Функции** | 1.Владеть понятием степенная функция; строить ее график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач.  2.Владеть понятиями показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач.  3.Владеть понятием логарифмическая функция; строить ее график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач.  4.Владеть понятиями тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач.  5.Владеть понятием обратная функция; применять это понятие при решении задач. | Владеть понятием асимптоты и уметь его применять при решении задач. |
| **Элементы математического анализа** | 1.Владеть понятием бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач. | В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:  1.Решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик реальных процессов, нахождением наибольших и наименьших значений, скорости и ускорения и т.п.  2.Интерпретировать полученные результаты. |
| **Геометрия** | 1.Владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений.  2.Самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новых классах фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям.  3.Исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах.  4.Решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач.  5.Уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения.  6.Владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр.  7.Иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач.  8.Уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе и метода следов.  9.Иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними.  10.Применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач.  11.Уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур.  12.Уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач.  13.Владеть понятиями ортогональное проектирование, наклонные и их проекции, уметь применять теорему о трех перпендикулярах при решении задач.  14.Владеть понятиями расстояние между фигурами в пространстве, общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач.  15.Владеть понятием угол между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач.  16.Владеть понятиями двугранный угол, угол между плоскостями, перпендикулярные плоскости и уметь применять их при решении задач.  17.Владеть понятиями призма, параллелепипед и применять свойства параллелепипеда при решении задач.  18.Владеть понятием прямоугольный параллелепипед и применять его при решении задач.  19.Владеть понятиями пирамида, виды пирамид, элементы правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач.  20.Иметь представление о теореме Эйлера,правильных многогранниках.  21.Уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов трехгранного угла. | 1.Иметь представление об аксиоматическом методе.  2.Владеть понятием геометрические места точек в пространстве и уметь применять их для решения задач.  3.Уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов, трехгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трехгранного угла.  4.Владеть понятием перпендикулярное сечение призмы и уметь применять его при решении задач.  5.Иметь представление о двойственности правильных многогранников.  6.Владеть понятиями центральное и параллельное проектирование и применять их при построении сечений многогранников методом проекций. |
| **История математики** | 1.Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки.  2.Понимать роль математики в развитии России. | Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;  понимать роль математики в развитии России. |
| **Методы математики** | 1.Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение.  2.Применять основные методы решения математических задач.  3.На основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства.  4.Применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач.  5.Пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов. | Применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики). |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Базовый уровень**  **«Проблемно-функциональные результаты»** | |
| **Раздел** | **Выпускник научится** | **Выпускник получит возможность научиться** |
|  | **Требования к результатам** | |
| ***Числа и выражения*** | - Оперировать на базовом уровне понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;  - оперировать на базовом уровне понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину;  - выполнять арифметические действия с целыми и рациональными числами;  - выполнять несложные преобразования числовых выражений, содержащих степени чисел, либо корни из чисел, либо логарифмы чисел;  - сравнивать рациональные числа между собой;  - оценивать и сравнивать с рациональными числами значения целых степеней чисел, корней натуральной степени из чисел, логарифмов чисел в простых случаях;  - изображать точками на числовой прямой целые и рациональные числа;  - изображать точками на числовой прямой целые степени чисел, корни натуральной степени из чисел, логарифмы чисел в простых случаях;  - выполнять несложные преобразования целых и дробно-рациональных буквенных выражений;  - выражать в простейших случаях из равенства одну переменную через другие;  - вычислять в простых случаях значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;  - изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах;  - оценивать знаки синуса, косинуса, тангенса, котангенса конкретных углов.  *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*  выполнять вычисления при решении задач практического характера;  выполнять практические расчеты с использованием при необходимости справочных материалов и вычислительных устройств;  соотносить реальные величины, характеристики объектов окружающего мира с их конкретными числовыми значениями;  использовать методы округления, приближения и прикидки при решении практических задач повседневной жизни | *Свободно оперировать понятиями: целое число, делимость чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, рациональное число, приближённое значение числа, часть, доля, отношение, процент, повышение и понижение на заданное число процентов, масштаб;*  *приводить примеры чисел с заданными свойствами делимости;*  *оперировать понятиями: логарифм числа, тригонометрическая окружность, радианная и градусная мера угла, величина угла, заданного точкой на тригонометрической окружности, синус, косинус, тангенс и котангенс углов, имеющих произвольную величину, числа е и π;*  *выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применяя при необходимости вычислительные устройства;*  *находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства;*  *пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;*  *проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, корни, логарифмы и тригонометрические функции;*  *находить значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования;*   * *изображать схематически угол, величина которого выражена в градусах или радианах;* * *использовать при решении задач табличные значения тригонометрических функций углов;* * *выполнять перевод величины угла из радианной меры в градусную и обратно.*   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*  *выполнять действия с числовыми данными при решении задач практического характера и задач из различных областей знаний, используя при необходимости справочные материалы и вычислительные устройства;*  *оценивать, сравнивать и использовать при решении практических задач числовые значения реальных величин, конкретные числовые характеристики объектов окружающего мира* |
| ***Уравнения и неравенства*** | Решать линейные уравнения и неравенства, квадратные уравнения;  решать логарифмические уравнения вида log*a* (*bx* + *c*) = *d* и простейшие неравенства вида log*ax*<*d*;  решать показательные уравнения, вида *abx+c= d* (где *d* можно представить в виде степени с основанием *a*) и простейшие неравенства вида *ax<d* (где *d* можно представить в виде степени с основанием *a*);.  приводить несколько примеров корней простейшего тригонометрического уравнения вида: sin*x* = *a,* cos *x* = *a,* tg*x* = *a,*ctg*x* = *a,* где *a* – табличное значение соответствующей тригонометрической функции.  *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * составлять и решать уравнения и системы уравнений при решении несложных практических задач | * *Решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, неравенства и их системы;*   *использовать методы решения уравнений: приведение к виду «произведение равно нулю» или «частное равно нулю», замена переменных;*  *использовать метод интервалов для решения неравенств;*   * *использовать графический метод для приближенного решения уравнений и неравенств;* * *изображать на тригонометрической окружности множество решений простейших тригонометрических уравнений и неравенств;* * *выполнять отбор корней уравнений или решений неравенств в соответствии с дополнительными условиями и ограничениями.*   *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * *составлять и решать уравнения, системы уравнений и неравенства при решении задач других учебных предметов;* * *использовать уравнения и неравенства для построения и исследования простейших математических моделей реальных ситуаций или прикладных задач;* * *уметь интерпретировать полученный при решении уравнения, неравенства или системы результат, оценивать его правдоподобие в контексте заданной реальной ситуации или прикладной задачи* |
| ***Функции*** | Оперировать на базовом уровне понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период;  оперировать на базовом уровне понятиями: прямая и обратная пропорциональность линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;  распознавать графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций;  соотносить графики элементарных функций: прямой и обратной пропорциональности, линейной, квадратичной, логарифмической и показательной функций, тригонометрических функций с формулами, которыми они заданы;  находить по графику приближённо значения функции в заданных точках;  определять по графику свойства функции (нули, промежутки знакопостоянства, промежутки монотонности, наибольшие и наименьшие значения и т.п.);  строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания / убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов и т.д.).  *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*  - определять по графикам свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства и т.п.);  - интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации | *Оперировать понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значение функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, четная и нечетная функции;*  *оперировать понятиями: прямая и обратная пропорциональность, линейная, квадратичная, логарифмическая и показательная функции, тригонометрические функции;*   * *определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;* * *строить графики изученных функций;*   *описывать по графику и в простейших случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;*  *строить эскиз графика функции, удовлетворяющей приведенному набору условий (промежутки возрастания/убывания, значение функции в заданной точке, точки экстремумов, асимптоты, нули функции и т.д.);*  *решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя свойства функций и их графиков.*  *В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:*   * *определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания функции, промежутки знакопостоянства, асимптоты, период и т.п.);* * *интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;* * *определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и др. (амплитуда, период и т.п.)* |
| ***Текстовые задачи*** | Решать несложные текстовые задачи разных типов;   * анализировать условие задачи, при необходимости строить для ее решения математическую модель; * понимать и использовать для решения задачи информацию, представленную в виде текстовой и символьной записи, схем, таблиц, диаграмм, графиков, рисунков; * действовать по алгоритму, содержащемуся в условии задачи; * использовать логические рассуждения при решении задачи; * работать с избыточными условиями, выбирая из всей информации, данные, необходимые для решения задачи; * осуществлять несложный перебор возможных решений, выбирая из них оптимальное по критериям, сформулированным в условии; * анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;   решать задачи на расчет стоимости покупок, услуг, поездок и т.п.;  решать несложные задачи, связанные с долевым участием во владении фирмой, предприятием, недвижимостью;  решать задачи на простые проценты (системы скидок, комиссии) и на вычисление сложных процентов в различных схемах вкладов, кредитов и ипотек;  решать практические задачи, требующие использования отрицательных чисел: на определение температуры, на определение положения на временнóй оси (до нашей эры и после), на движение денежных средств (приход/расход), на определение глубины/высоты и т.п.;  использовать понятие масштаба для нахождения расстояний и длин на картах, планах местности, планах помещений, выкройках, при работе на компьютере и т.п.  *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * решать несложные практические задачи, возникающие в ситуациях повседневной жизни | * *Решать задачи разных типов, в том числе задачи повышенной трудности;* * *выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;* * *строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения;* * *решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;* * *анализировать и интерпретировать результаты в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;* * *переводить при решении задачи информацию из одной формы в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы;*   *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*   * *решать практические задачи и задачи из других предметов* |
| ***Геометрия*** | Оперировать на базовом уровне понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;  распознавать основные виды многогранников (призма, пирамида, прямоугольный параллелепипед, куб);  изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертежных инструментов;  делать (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объемных фигур: вид сверху, сбоку, снизу*;*  извлекать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;  применять теорему Пифагора при вычислении элементов стереометрических фигур;  находить площади поверхностей простейших многогранников с применением формул;  находить площади поверхностей простейших многогранников с применением формул.  *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*  соотносить абстрактные геометрические понятия и факты с реальными жизненными объектами и ситуациями;  использовать свойства пространственных геометрических фигур для решения типовых задач практического содержания;  соотносить площади поверхностей тел одинаковой формы различного размера;  оценивать форму правильного многогранника после спилов, срезов и т.п. (определять количество вершин, ребер и граней полученных многогранников) | *Оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость в пространстве, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей;*  *применять для решения задач геометрические факты, если условия применения заданы в явной форме;*  *решать задачи на нахождение геометрических величин по образцам или алгоритмам;*  *делать (выносные) плоские чертежи из рисунков объемных фигур, в том числе рисовать вид сверху, сбоку, строить сечения многогранников;*  *извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах;*  *применять геометрические факты для решения задач, в том числе предполагающих несколько шагов решения;*  *описывать взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве;*  *формулировать свойства и признаки фигур;*  *доказывать геометрические утверждения;*  *владеть стандартной классификацией пространственных фигур (пирамиды, призмы, параллелепипеды);*  *находить площади поверхностей геометрических тел с применением формул;*  *вычислять расстояния и углы в пространстве.*  *В повседневной жизни и при изучении других предметов:*  *использовать свойства геометрических фигур для решения задач практического характера и задач из других областей знаний* |
| ***Векторы и координаты в пространстве*** | * Оперировать на базовом уровне понятием *вектор, модуль вектора, равенство векторов, угол между векторами, скалярное произведение векторов, коллинеарные векторы в пространстве*; |  |
| ***История математики*** | * Описывать отдельные выдающиеся результаты, полученные в ходе развития математики как науки; * знать примеры математических открытий и их авторов в связи с отечественной и всемирной историей; * понимать роль математики в развитии России | * *Представлять вклад выдающихся математиков в развитие математики и иных научных областей;* * *понимать роль математики в развитии России* |
| ***Методы математики*** | * Применять известные методы при решении стандартных математических задач; * замечать и характеризовать математические закономерности в окружающей действительности; * приводить примеры математических закономерностей в природе, в том числе характеризующих красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства | * *Использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;* * *применять основные методы решения математических задач;* * *на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;* * *применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач* |